Практическая работа 12

Использование рекурсивных подпрограмм – красивый прием с точки зрения программирования. Программа выглядит более компактно. Но у рекурсии есть недостатки: рекурсия выполняется более медленно и глубина рекурсии ограничена.

Примеры

Пример 1.

Даны действительные числа x и ε (x≠0, ε > 0). Вычислить сумму с точностью ε.

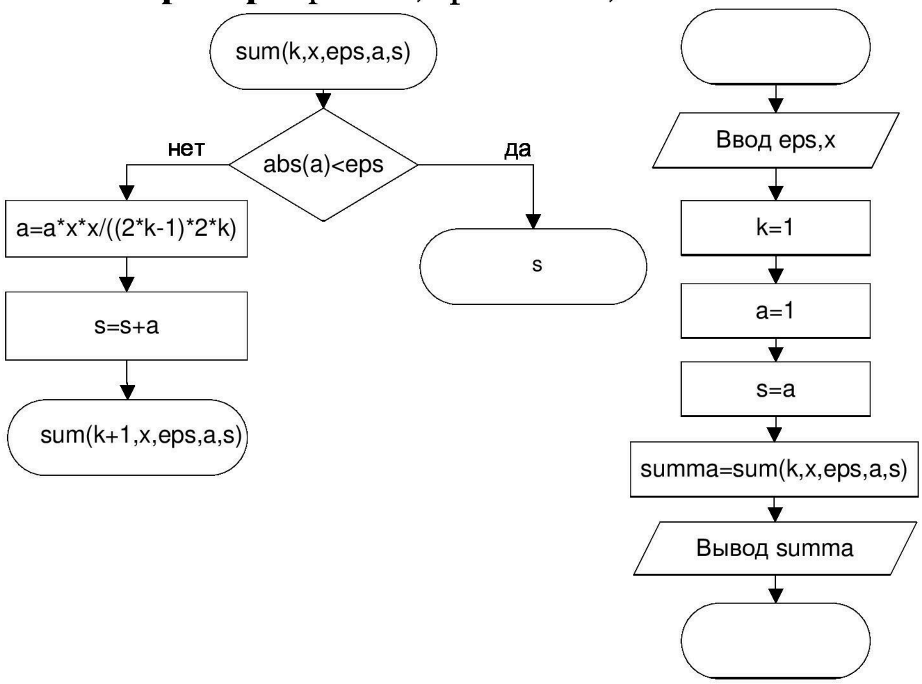
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{(2k)!}$$

Исходные данные: x – вещественный тип, точность eps – вещественный тип.

Результат: сумма summa – вещественный тип.

Вычисление суммы выполняем в функции sum. Рекуррентная формула, которая используется при вычислении суммы: $a_k=a_{k-1}\cdot(x^2)/((2k-1)(2k))$. Вызов функции заканчивается при abs(a)<eps. Начальное значение $a_0=1$. Это значение суммируется в основной программе.

Тестовый пример: при x=4, eps=0.0001, summa=27.3082




```
namespace Сумма
{
    class Program
    {
        static double summ(int k, double x, double eps, ref double a, ref double s)
        {
            if (Math.Abs(a) < eps) return s;
            else
            {
                a = a * x * x / ((2 * k - 1) * 2 * k);
                s = s + a;
                return summ(k + 1, x, eps, ref a, ref s);
            }

        }
```

```
        static void Main(string[] args)
        {
            double summa;
            double eps = 0.0001f;
            double x = 4f;
            int k = 1;
            double a = 1f;
            double s = a;
            summa = summ(k,x,eps, ref a, ref s);
            Console.WriteLine("summa={0}", summa);
            Console.ReadKey();

        }
    }
      }
```

Пример 2.

Подсчитать количество цифр в заданном натуральном числе.

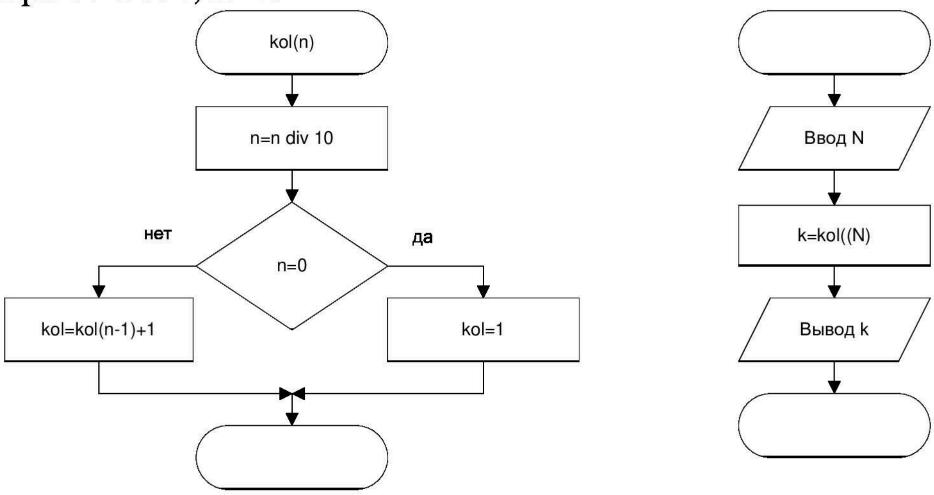
Исходные данные: заданное число N – целый тип.

Результат: количество цифр k – целый тип.

В рекурсивной функции заданное число делится на 10, для уменьшения количества цифр. Деление прекращается, когда результатом деления будет ноль. Это граничное условие для рекурсии.

Тестовый пример:

при N=5674, k=4.



Приведем пример с рекурсивной процедурой.

Пример 3.

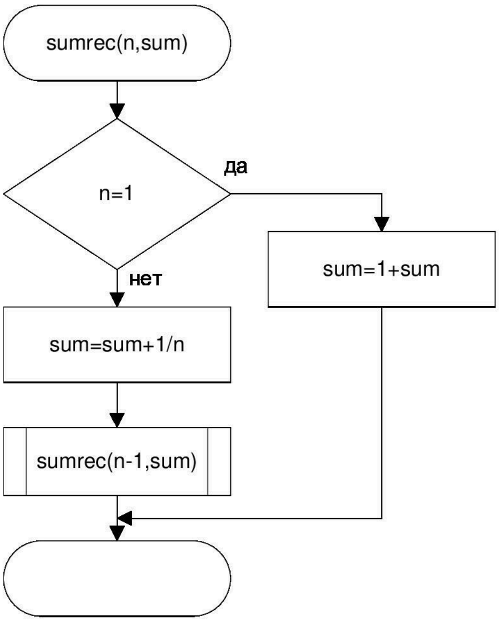
Вычислить сумму n членов ряда: $\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}$

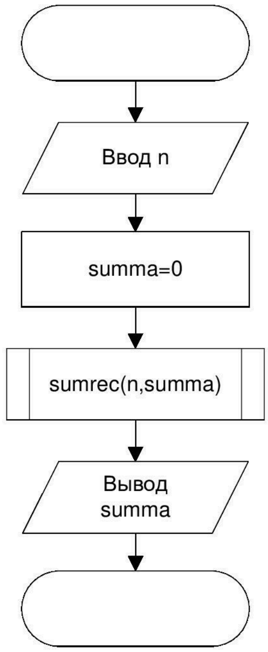
Исходные данные: количество слагаемых n – целый тип.

Результат: сумма ряда summa – целый тип.

Тестовый пример:

при n=5 summa=2.2833






```
namespace Рекурсия
{
    class Program
    { static void sumrec(int n, ref double sum)
     {if (n==1) sum=1+sum;
         else {sum=sum+1.0/n;
              sumrec(n-1,ref sum);
               }
}
        static void Main(string[] args)
    {
        int n;
        double summa = 0;
        Console.WriteLine("n");
        n = Convert.ToInt32(Console.ReadLine());
        sumrec(n, ref summa);
        Console.WriteLine("summa={0}", summa);
        Console.ReadKey();


        }
    }
}
```

Задание Написать и отладить программу для примера 2.

Контрольные вопросы

1. Какая подпрограмма называется рекурсивной.
2. Почему в рекурсивной подпрограмме отсутствуют операторы цикла.
3. Может ли в рекурсивной подпрограмме отсутствовать развилка.
4. Почему в Примере 10 отсутствует операция k=k+1.
5. Как будет работать рекурсивная подпрограмма в Примере 10 при eps=0.1 и x=1.
6. Как будет работать рекурсивная подпрограмма в Примере 11 при k=333.
7. В Примере 12 укажите параметры по ссылке и параметры по значению в процедуре sumrec.

Индивидуальные задания

1. Найти сумму цифр заданного натурального числа.

2. Написать программу вычисления целой степени любого вещественного числа.

3. Составить программу для нахождения числа, которое образуется из данного натурального числа при записи его цифр в обратном порядке

4. Даны неотрицательные целые числа n, m; вычислить A(n,m), где

$$A(n,m)=\begin{cases} m+1, \text{ если } \mathrm{n}=0, \\ \mathrm{A(n-1,1)}, \text{ если } \mathrm{n}\neq 0, \mathrm{m}=0, \\ \mathrm{A(n-1,A(,m-1))}, \text{ если } \mathrm{n}>0, \mathrm{m}>0 \end{cases}$$

5. Создать программу вычисляющую $\sqrt[k]{a}$.

Для этого надо вычислить элементы числовой последовательности:

$$x_0=a:\; x_i=\frac{k-1}{k}x_{i-1}+\frac{a}{k\cdot x_{i-1}^{k-1}},\; i=1,2,\ldots$$

Найти первое значение x_n, для которого $|x_n^k-a|<10^{-4}$.

6. Создать логическую функцию, которая возвращает True, если ее аргумент - простое число.

7. Даны действительные числа x и ε (x≠0, ε > 0). Вычислить с точностью ε и указать количество учтенных слагаемых

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{((k+1)!)^2}\left(\frac{x}{2}\right)^{2(k+1)}$$

Вычисление выражения под знаком суммы выполнить через рекурсию.

8. Даны действительные числа x и ε (x≠0, ε > 0). Вычислить с точностью ε и указать количество учтенных слагаемых

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}x^{2k-1}}{(2k-1)!(2k+1)!}$$

Вычисление выражения под знаком суммы выполнить через рекурсию.

9. Дано действительное число ε (ε > 0). Последовательность a1, a2, … образована по следующему закону:

$$a_n=\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{n+1}\right)$$

С помощью рекурсии найти первый член a_n (n≥2), для которого выполнено условие: $|a_n - a_{n-1}| < ε$.

10. Дано действительное число ε (ε > 0). Последовательность a1, a2, … образована по следующему закону:

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{2!}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3!}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{(-1)^n}{(n+1)!}\right)$$

С помощью рекурсии найти первый член a_n (n≥2), для которого выполнено условие: $|a_n - a_{n-1}| < ε$.

11. Даны действительные числа x и ε (ε > 0). Последовательность a1, a2, … образована по следующему закону: a1= x; далее, для n=2, 3, … выполнено:

$$a_n = \frac{2}{a_{n-1}} + \frac{x}{4 + a_{n-1}^2}$$

С помощью рекурсии найти первый член a_n (n≥2), для которого выполнено условие: $|a_n - a_{n-1}| < ε$ (ограничиться рассмотрением первых 10^4 членов).

12. Даны действительные числа x и ε (ε > 0). Последовательность a_1, a_2, … образована по следующему закону: a_1= x; далее, для n=2, 3, … выполнено:

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{\left|4a_{n-1}^2 - 2x + 1\right|}}$$

С помощью рекурсии найти первый член a_n (n≥2), для которого выполнено условие: $|a_n - a_{n-1}| < ε$ (ограничиться рассмотрением первых 10^4 членов).